

LE BELLE LETTERE 88

Cinema e matematica

Il cinema è uno dei tre linguaggi universali, gli altri due sono
la matematica e la musica.
(Frank Capra)

Qual è il ruolo privilegiato dei numeri nel cinema? Contare è il modo più
semplice di narrare – 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 – una storia con un principio, un
centro, e un senso di progressione che termina in un finale a due cifre – uno
scopo realizzato, un epilogo raggiunto.
(Peter Greenaway)

La matematica normale risulta attualmente superata a seguito della recente
scoperta che il numero cinque è stato scritto per anni al contrario. Ciò ha por-
tato ad una rivalutazione del conteggio come metodo per giungere da uno a
dieci. Agli studenti si insegnano i principi dell'algebra di Boole e le equa-
zioni precedentemente non risolvibili vengono trattate mediante minacce di
rappresaglie.
(Woody Allen)

È la somma che fa il totale.
(Totò)

Ringraziamenti

Siamo grati a Michele Emmer: la lettura del suo “Numeri immaginari” ci ha fatto nascere questa idea.

Gianni Bosi – Salvatore Gelsi

Cinema *e* matematica

Istruzioni per l'uso con 101 film

Asterios Editore

Trieste, 2025

Prima edizione nella collana Le Belle Lettere Gennaio 2025
©Gianni Bosi e Salvatore Gelsi, 2024
©Asterios Abiblio Editore, 2024
posta: info@asterios.it • www.asterios.it • www.volantiniasterios.it
I diritti di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento totale o parziale
con qualsiasi mezzo sono riservati.

ISBN: 978-88-9313-283-1

Indice

Prefazione,	11
Introduzione,	15
101 film,	17
Postfazione,	229
Indice di tutti i film,	231

Prefazione

La matematica come passione, arte e vita

di *Francesco Magris*

Non è raro nel corso di una conversazione mondana udire qualcuno dichiararsi, senza complesso alcuno, completamente digiuno di matematica, lasciando intendere ai propri interlocutori, con sottile tono autocompiaciuto, come le proprie competenze e interessi ruotino esclusivamente intorno a questioni letterarie, filosofiche ed artistiche. Resta in ogni caso un mistero il motivo per il quale la candida ammissione d'ignorare il teorema di Bolzano-Weierstrass o il lemma di Cantor non susciti la neppur minima riprovazione sociale, mentre un' incauta confessione di non avere letto la totalità della *Recherche* può costare una pesante sanzione mondana.

Questo prezioso, piacevolissimo ma pure rigoroso volume si pone proprio l'obiettivo di sfatare due comuni pregiudizi sul sapere matematico e sulla dinamica del suo apprendimento, ossia la sua pedagogia. In primo luogo, infatti, gli autori affrontano la questione che ruota attorno al contenuto della matematica, spesso considerato algido, freddo e astratto e quindi scollegato da quella che Umberto Saba definisce la "calda vita" che, all'opposto, si nutre di passioni, dubbi ed incertezze che la renderebbero attrattiva e degna d'essere vissuta. In secondo luogo, Gianni Bosi e Salvatore Gelsi si propongono d'affrancare il sapere matematico dalla reputazione d'essere accessibile solo al prezzo di grandi sforzi e difficoltà, se non a un ristretto e quindi sospetto gruppo d'iniziati e prescelti, e di richiedere in ogni caso, ai fini del suo apprendimento, non solo uno sforzo mentale e fisico abnormi, ma pure la capacità d'estraniarsi dal mondo sensuale e calarsi in un universo nebuloso ed irreali, al riparo dai brusii e colori della vita pulsante di voci e lastricata d'incoerenze, imprevisti e banali doveri quotidiani cui adempiere.

Il libro centra pienamente questi due obiettivi, e lo fa proponendo giocosamente una rilettura di 101 celebri film in chiave di teoremi e risultati matematici che sottenderebbero implicitamente alle loro trame. Per mezzo di questa strategia, gli autori suggeriscono non solo come la matematica sia saldamente collegata con una grande varietà d'aspetti della nostra quotidianità e si combini facilmente con

l'irrazionalità e la contraddittorietà della vita, ma anche come, in fondo, essa sia molto più accessibile di quanto comunemente si creda; il suo apprendimento, infatti, può pure coinvolgere aspetti ludici e attrattivi e rientrare a pieno titolo in quell'attività umana che Richard Feynman definisce "il piacere di scoprire".

L'importanza di questo libro è ancora maggiore alla luce della constatazione che il sapere matematico in Italia non versa certo in buone condizioni. Ad esempio, il rapporto OCSE del 2024, che analizza la capacità di far di conto su un campione di persone di età compresa tra i 16 e i 65 anni in 31 paesi, colloca gli italiani tra gli ultimissimi posti. Non si tratta solo di un grave deficit culturale, ma pure di una grande occasione mancata in termini di creatività, in quanto la matematica può rappresentare una preziosa fonte d'ispirazione nella letteratura, nell'arte e dunque pure nel cinema; per dirla con Musil, essa rappresenterebbe infatti una "delle avventure più affascinanti dell'esistenza umana". La matematica è, sotto questo punto di vista, una delle più grandi manifestazioni della libertà individuale, una disciplina in continua espansione e che non cessa di porsi nuove domande e cogliere nuove sfide. Essa è anche difficilmente riducibile a strumento di propaganda e non è molto semplice censurarla. La matematica crea inoltre mondi ed universi e stabilisce relazioni logiche e numeriche fra enti ed oggetti che possono tanto più affascinare quanto più se ne decifra il significato; infine, essa può possedere preziose doti terapeutiche in quanto contrappone, come scrive Calvino, "la leggerezza delle idee alla pesantezza del mondo".

Nella vita d'ogni giorno, ad un'attenta analisi, scopriamo che l'uomo fa un uso della matematica molto più ampio di quanto crediamo. Lo fa per gestire situazioni in cui si trova reiteratamente coinvolto e che richiedono l'esecuzione mentale di operazioni numeriche e di ragionamenti logici. Se un uso corretto della matematica può permettere il raggiungimento di obiettivi meravigliosi e impensabili sia per il singolo individuo che per l'umanità intera, un suo utilizzo scorretto può comportare delle conseguenze disastrose, dall'errore nel test di un medicinale alla programmazione errata di un computer di bordo di un aeroplano. Molti problemi, individuali e collettivi, possono infatti essere risolti per mezzo di un appropriato ricorso agli strumenti della matematica e della statistica. Come scrive Kit Yates in *La matematica è vita*, "un minimo di conoscenza matematica ci può aiutare a sfruttare il potere dei numeri a nostro vantaggio", poiché ci sono "regole semplici che ci permettono di fare le scelte migliori ed evitare gli errori peggiori".

Le applicazioni della matematica e della statistica ai problemi reali di ordine medico, economico, giuridico e tecnico sono non a caso innumerevoli. L'uso appropriato della matematica, ad esempio, ha permesso di sradicare epidemie e mandare l'uomo nello spazio. Ci ha offerto lo straordinario supporto di Internet e un efficace strumento per condurre le indagini penali. Ci ha pure aiutato ad evitare catastrofi naturali, anticipare correttamente il futuro, fotografare l'umore del paese, smascherare ciarlatani e immunizzarci dalla pubblicità menzognera. Ma, maneggiata senza scrupoli, la matematica può essere all'origine della costruzione di ordigni di distruzione massiva, manipolare le volontà individuali, indurre in errori giudiziari, costare la libertà agli innocenti, oltre a somministrare, come abbiamo detto, dosi errate e fatali di medicinali, provocare incidenti aerei e stradali mortali e condurre a disfatte belliche.

Per tutte queste ragioni, la matematica non solo si fa linguaggio imprescindibile per descrivere e comprendere il mondo, ma pure straordinario strumento per la creatività artistica e letteraria e dunque fonte inesauribile d'ispirazione per appassionanti trame e narrazioni di fantasia. Come emerge chiaramente dalle pagine di questo libro, tanto cinema, pure di grande qualità, è infatti debitore della matematica, dei suoi paradossi, delle precise relazioni che stabilisce fra fenomeni e, infine, dei cortocircuiti logici di cui la narrazione si nutre e da cui attinge per straniare lo spettatore e stravolgere il corso degli eventi, creando spesso i presupposti per un gran finale a sorpresa.

Negli ultimi anni, va per fortuna detto, vi è stato un rinnovato interesse, pure mediatico e commerciale, per la matematica e per la scienza in generale. A testimonianza di ciò, è sufficiente ricordare i successi editoriali di celebri scienziati che hanno divulgato, in maniera accessibile pure ad un pubblico digiuno di numeri e formule, il contenuto delle loro rispettive materie e le più recenti e sconvolgenti scoperte ottenute nel loro ambito. Pensiamo, fra i tanti esempi, all'enorme popolarità dei libri di Stephen Hawking, nei quali l'autore espone le proprie teorie sull'universo, sul Big Bang e sui buchi neri e, nel caso italiano, al vasto spazio mediatico che era riuscita a guadagnarsi Margherita Hack, o ai best seller di Carlo Rovelli, incentrati sulla fisica quantistica, e quelli di Paolo Zellini, il cui affascinante e organico approccio alla matematica permette di fondere l'analisi numerica con la filosofia, la religione, il mito e l'alchimia.

Pure un recente filone cinematografico si è dedicato a popolarizzare grandi

figure di scienziati, proponendo una nutrita serie di biopic osannati dalla critica e premiati ai botteghini. Si pensi al film *A beautiful mind*, dedicato alla storia del fondatore della teoria dei giochi John Nash, a *The imitation game*, incentrato sulla vita anticonformista e a tratti scabrosa di Alan Turing, pioniere dell'informatica e dell'intelligenza artificiale, o ancora a *Oppenheimer*, che ripercorre, in maniera volutamente lenta e prolissa, le vicende avventurose e lastricate di scrupoli del famoso padre della bomba atomica.

Il grande successo di questi *biopic*, oltre ovviamente alla loro indiscutibile qualità artistica, va pure ricondotto alla scelta di privilegiare gli aspetti biografici più avvincenti, spettacolari e controversi dei protagonisti. Le comprensibili esigenze d'assicurare la massima fruibilità dei film hanno infatti richiesto la rinuncia d'addentrarsi in profondità nei contributi scientifici dei personaggi narrati. La strada intrapresa da Gianni Bosi e Salvatore Gelsi si colloca invece, e ciò va ribadito una volta ancora, all'estremo opposto di questo trend; i film evocati nel loro libro, infatti, costituiscono un divertente e appassionante pretesto per poter in seguito illustrare, in maniera formalmente ineccepibile, i teoremi e le equazioni estrapolate dalle varie pellicole.

Sotto questo punto di vista Gianni Bosi e Salvatore Gelsi pervengono, con grande esito e per mezzo di un'ingegnosa opzione saggistica, nell'intento di ricucire quello strappo – purtroppo ancora oggi persistente fino al punto di costituire un ingenuo e diffuso pregiudizio – fra matematica, arte e vita. Perché anche le passioni hanno la loro geometria, come ben sapevano i grandi moralisti e romanzieri francesi, i quali hanno scavato fino in fondo negli abissi dell'anima e del cuore, come Choderlos de Laclos nelle sue imperiture *Liaisons dangereuses*.

Francesco Magris è Professore Ordinario di Politica Economica presso il DEAMS (Dipartimento di Scienze Economiche, Aziendali, Matematiche e Statistiche “Bruno de Finetti”) dell'Università di Trieste, dopo aver insegnato per anni in Francia. Ha conseguito il Ph.D presso l'Università di Lovanio e un Post-Doc presso quella di Cambridge. Si occupa di modelli dinamici e delle loro applicazioni ai cicli economici, all'economia dell'ambiente e ai fenomeni migratori.

Introduzione

Può il cinema o meglio un film, in virtù del concetto di visibile, ovvero ciò che allo spettatore è dato da accogliere e da vedere – anche se all’oscuro del sistema produttivo dell’industria del cinema, del sistema dei generi, dello star system, dell’immaterialità del prodotto industriale e del suo essere un dispositivo –, funzionare come apprendimento o conoscenza, se accostato a una disciplina scientifica e ostica come la matematica o la fisica?

In questo caso, l’idea nata dai due autori è che due discipline lontane e diverse fra loro, come cinema e matematica, possano servire a comprendere sia l’una che l’altra, in taluni aspetti, anche se non sempre accademici o scientifici.

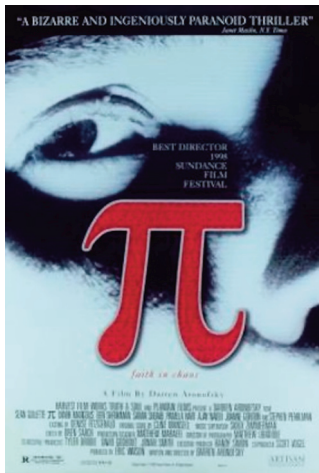
I film esaminati, sulla base di un elenco per così dire “coprente” anche se forse non esaustivo, hanno suggerito molteplici argomenti, più o meno classici, di fisica, matematica ed in misura minore economia, che qui sono stati, seppure brevemente, esaminati in alcuni loro aspetti, anche profondi. Così, una parte importante è rappresentata, per quanto riguarda la matematica, dall’applicazione del calcolo combinatorio alla valutazione di probabilità relative ai classici giochi d’azzardo, quali il poker, anche nelle sue moderne varianti a carte in parte scoperte, la roulette, i dadi e le corse di cavalli. Ampio spazio è stato accordato anche alla teoria dei numeri primi, con i suoi quesiti ancora irrisolti, ed alla logica, con riferimenti all’iconico teorema di indecidibilità di Gödel ed alle sue applicazioni alla teoria degli insiemi. Non mancano riferimenti di carattere storico a figure importantissime, quali, ad esempio, Bernoulli, Cartesius e Galois. La matematica applicata compare attraverso la teoria delle decisioni, con celebri paradossi che la riguardano, e la ricerca operativa. Non potevano mancare, ovviamente, la sezione aurea, il numero pi greco, i mercati finanziari, l’analisi frattale e la teoria del caos.

La fisica, che ha sempre rappresentato un punto forte della filmografia per la fascinazione collegata allo spazio-tempo ed alla fisica quantistica, vede nell’elenco molti film che la riguardano e che richiamano, ad esempio, i buchi neri e la meccanica quantistica, con i classici paradossi. Abbiamo pensato di richiamare gli approcci alla modellizzazione dello spazio-tempo attraverso le strutture ordinate, che offrono occasione per la simulazione dei buchi neri e suggeriscono soluzioni al problema del paradosso dei gemelli e a quello di sincronizzazione

degli orologi. Così è forse possibile fare lezione di matematica o di fisica attraverso quanto uno spettatore – magari uno studente – può cogliere dallo schermo. Questa è la nostra scommessa attraverso 101 film, con qualche istruzione e suggerimento per l'uso dello stesso. Ma se le istruzioni non dovessero servire o essere inutili, la matematica è un gioco, il cinema un divertimento.

Gli autori

π – Il teorema del delirio (π –1998) di Darren Aronofsky con Sean Gullette, Marck Margolis, Ben Shenkman, Aja Naidu, Clint Mansell. USA, BN, 85’.



Max Cohen a sei anni guarda fisso il sole e diventa parzialmente cieco, a 16 anni la sua prima pubblicazione scientifica e a 20 la laurea in matematica alla Columbia University. Lui è certo che la matematica sia ovunque, così enuncia le sue teorie: «La natura parla attraverso i numeri; tutto ciò che circonda si può rappresentare attraverso i numeri; tracciando il grafico di qualunque sistema numerico si può ricavare uno schema, quindi in natura esistono degli schemi». Pensa che la Borsa sia un organismo vivente e che esista uno schema numerico per prevedere le quotazioni, cosa studiata dal suo professore che si è fermato

quando era vicino al pi-greco (π). Un ebreo ortodosso gli spiega come ogni lettera dell'alfabeto corrisponda a un numero, ma il suo computer dopo aver stampato una sequenza di 216 cifre si rompe. Sol Robeson, il suo vecchio docente universitario lo invita a desistere. La sua traslitterazione per il Rabbino altro non è che il nome di Dio, andato distrutto in seguito all'abbattimento del Tempio di Gerusalemme da parte degli invasori romani. Tutto ciò lo porta sulla via del delirio e dell'autolesionismo. Di fronte alla richiesta di dividere 748 con 238 (frazione uguale a π solo per due decimali, il 3,14) perché non esistono due numeri interi che divisi tra loro diano π , la sua razionalità si è irrimediabilmente perduta.

Ex professore: «Ricordi Archimede di Siracusa? Un giorno il re andò da lui e gli chiese

di stabilire se il dono che aveva ricevuto fosse o meno d'oro. A quel tempo non sapevano stabilirlo. Il grande matematico greco si torturò il cervello per settimane. L'insonnia lo tormentava, passava la notte a rigirarsi nel letto senza trovare risposta. La moglie esausta lo convince a fare un bagno per rilassarsi. E mentre sta entrando nella vasca Archimede si rende conto che il livello dell'acqua aumenta. Spostamento. Aveva trovato il modo per determinare il volume e di conseguenza la densità. Peso su volume. Si mette a gridare Eureka, talmente eccitato che corre nudo per le strade della città fino al palazzo del re per comunicargli la scoperta. E allora qual è la morale di questa storia?» Max: «Che non devo scoraggiarmi?»; «Sbagliato. Il punto focale della storia è la moglie. È lei che gli fa vedere le cose in una prospettiva diversa, quindi devi andare a farti un bagno: metti in folle il cervello o non arrivi da nessuna parte. In te non regna l'ordine, ma solo un grande caos».

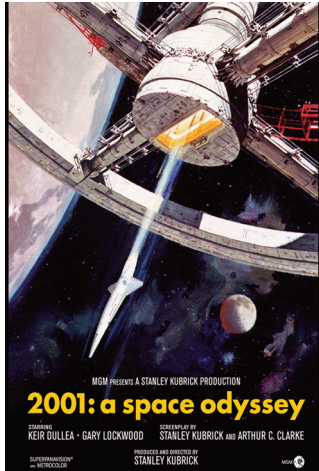
Il numero irrazionale π è uguale al rapporto tra la misura di una qualunque circonferenza rettificata e quella del suo diametro. Sono svariate le formule che coinvolgono π . Non avendo, evidentemente, una scrittura decimale finita o periodica, π può essere approssimato arbitrariamente utilizzando lo sviluppo in serie di potenze di *Taylor-Mc Laurin* della funzione $y = \arctan(x)$ (inversa della restrizione della funzione $y = \tan(x)$ sull'intervallo] $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ [).

Infatti, risultando $4 \arctan(1) = \pi$, e $\arctan(x) = 1 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + o(x^{2n})$, sarà

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots \right).$$

Si noti anche, ad esempio, che risulta $\pi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ e che, per la celebre approssimazione di *Stirling* per il fattoriale, si ha $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$, dove $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ è il numero di *Nepero*. Ma quando si parla di π , non si può non ricordare quella che il famosissimo fisico *Richard Feynman* definì “la più notevole formula della matematica”, vale a dire $e^{i\pi} = -1$, con i l'unità immaginaria ($i^2 = -1$).

2001 Odissea nello spazio (2001: A Space Odyssey – 1968) di Stanley Kubrick con Keir Dullea, Gary Lockwood, William Sylvester, Daniel Richter, Leonard Rossiter. USA, 141’.



Dal regista più kantiano che esista, una cosmologia di tempo e spazio: dalla pietra (il monolite nero) all'infinito, forse oltre Giove. Più di Dave, l'astronauta, il personaggio chiave è il computer Hal 9000, che già ci fa prefigurare quel mondo che oggi conosciamo, dettato dall'informatica e dall'intelligenza artificiale, diventate regole e abitudini a cui soccombiamo con la sicumera del progresso e la gioia del consumo smodato. Una macchina incapace di commettere errori, che invece ne commette uno quando rileva un inesistente guasto all'elemento AE-35 dell'antenna principale della navicella spaziale Discovery, diventando improvvisamente inaffidabile. HAL origlia il dialogo tra i due astronauti Bowman e Poole, che dopo aver trovato il guasto, poiché tutta l'astronave è sotto il suo controllo, decidono di disinserirlo. Lui non trova altra soluzione che tentare di eliminare tutto l'equipaggio. Appare evidente lo scontro tra uomo e macchina, anche se Dave ignora alcuni aspetti della programmazione di Hal. Sul perché al computer sia stato dato nome Hal, c'è chi ha supposto sia l'acronimo di IBM, poiché applicando il cifrario di Cesare (cioè lo spostamento in avanti di tre lettere), in un solo spostamento si otterrebbe I-B-M. L'ipotesi più plausibile sarebbe fatta derivare, invece, dall'acronimo Heuristic ALgorithmic, cioè le due modalità in cui si manifesta il pensiero umano: l'intuizione e il calcolo. Curioso che nella versione francese del film Hal diventa CARL, acronimo di Cerveau Analytique de Recherche et de Liason. Altresì interessante che Hal sopravviva alla missione: infatti nel film **2010** –

L'anno del contatto (1984) di Peter Hyams, sarà ripristinato da una nuova missione spaziale sovietica-americana.

Merito indubbio del film è quello di avere in qualche modo previsto l'avvento dell'intelligenza artificiale, anche se in modo, a tratti, ingenuo e romantico. Anche la famosa partita a scacchi con il computer precorre l'avvento dei moderni programmi che hanno reso, in qualche modo, obsoleto e superato il gioco più famoso. Rimane il fatto che 2001 Odissea nello Spazio rappresenta implicitamente un inno alla ricerca matematica e fisica di tipo puramente teorico, quale necessario presupposto per le applicazioni di carattere ingegneristico e quant'altro, al di là di atteggiamenti di maniera che, anche da parte di studiosi di valore, la vorrebbero esclusivamente finalizzata. Lo sviluppo dei cosiddetti "sistemi intelligenti" ha conosciuto un incredibile sviluppo a partire dagli anni ottanta del secolo scorso. In generale, riferendoci alle missioni spaziali, i metodi matematici rigorosi devono essere supportati da tecniche che consentano processi analizzabili in passi successivi, in modo da risultare comprensibili agli ingegneri al fine dell'analisi computerizzata. Il ruolo dei sistemi intelligenti nell'ingegneria aerospaziale ha una duplice declinazione: (1) quella di assistere e migliorare la competenza dell'operatore; (2) quella di fungere da sostituto dell'operatore nell'ambito degli sforzi tesi a diminuire tempo e costi, nonché a preservare la vita umana. I sistemi intelligenti sono diventati un imprescindibile aiuto nella "modellizzazione" dei processi e, più in generale, nella rappresentazione, sia pure semplificata, della conoscenza. Si pensi, ad esempio, all'individuazione di un "processo ARMA" ("autoregressive moving-average process"), che voglia essere scelto, attraverso la condizione di accostamento rappresentata dal "metodo dei minimi quadrati", al fine di individuare una relazione di tipo lineare tra "input" (valore in entrata) e output (valore in uscita) di un sistema. Se indichiamo con $x(t)$ il valore in entrata in un generico tempo t e con $y(t)$ il valore in uscita, un processo ARMA(p, q) "deterministico" appare nella forma $y(t) + \alpha_1 y(t - 1) + \dots + \alpha_p y(t - p) = x(t) + \beta_1 x(t - 1) + \dots + \beta_q x(t - q)$.

21 (2008) di Robert Luketic, con Jim Sturgess, Kevin Spacey, Kate Bosworth, Laurence Fishburne, Aaron Yoo, Jacob Pitts, Liza Lapira, Josh Gad. USA, 123’.

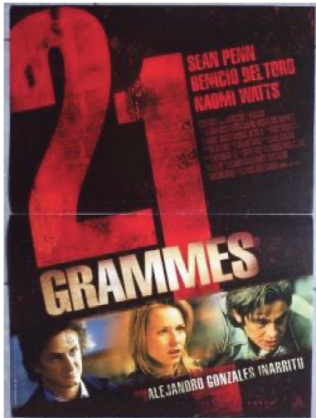


Le candeline sulla torta di Ben, studente del MIT, sono disposte con la serie di Fibonacci per arrivare ai suoi 21 anni. Lo stesso numero al Black Jack è “Vittoria grossa baldoria”. A lezione dal professor Rosa: «Chi sa spiegare il metodo Newton da usare nelle equazioni non lineari?» Lui risponde: «Newton l’ha rubato! Joseph Raphson pubblicò lo stesso metodo cinquant’anni prima e se il valore di partenza è troppo lontano dallo zero, allora fallisce...». Presi i complementi, il professore gli sottopone il problema del conduttore di quiz televisivo (problema di Monty Hall) invitato a scegliere tra tre porte: in una c’è un’automobile, nelle altre una capra. Lui

sceglie la porta numero uno, mentre il conduttore aprendo una porta con la capra lo invita a cambiare la scelta. Cambiare la scelta? Lo risolve col cambio di variabile: «All’inizio avevo il 33,3%, dopo il 66%, allora scelgo la due e ringrazio il 33%». Era un test per entrare in una squadra, guidata dal professore con altri 4 studenti che sanno contare le carte (ogni carta bassa +1, la alta -1, il resto zero), divisa in puntatori e contatori, con un codice segnaletico prestabilito per giocare e vincere grandi somme a Las Vegas. Quando si vince troppo, il profilo biometrico collegato ai contatori può scoprire il puntatore, come infatti accadrà. Ancora una lezione del professore: «Ricordatelo tutti! Aleksander Korkin fu il primo a studiare le condizioni di convergenza di una serie infinita e ad occuparsi dello sviluppo dei teoremi fondamentali del calcolo». Appunto, le variabili – e di ogni tipo – sono in agguato.

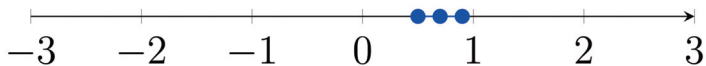
Il “conteggio delle carte” è una tecnica che consente, in qualche modo, di prevedere quali siano i ranghi delle carte nel mazzo non ancora estratte. Ciò è oltremodo interessante nel gioco del “Blackjack” (o 21, appunto), visto che, in questo caso, ci si deve avvicinare alla somma di 21 senza superare tale numero. In pratica, si attribuisce valore “+1” a tutte le carte con rango da 2 a 6, valore “0” a quelle con rango da 7 a 9 e valore “-1” alle altre (vale dire a quelle che hanno per rango 10, una figura o un asso). Si sommano poi i valori delle carte conosciute. Tanto più bassa è tale somma, tanto più è probabile che ci siano carte “basse” nel mazzo. Il giocatore, in linea di principio, sarà portato a scommettere di più quando la somma complessiva sia alta, essendo allora più probabile avere una carta alta nell’ultima mano al fine di raggiungere 21. Alexandr Korkin fu un matematico russo del diciannovesimo secolo che si occupò di forme quadratiche, forme hermitiane e minimi. In particolare, collaborò con Egor Zolotarev al fine di fornire precise limitazioni per i minimi di una forma quadratica di grado $n = 2, 3, 4, 5$ valutata sui numeri interi. In generale, una “forma quadratica di ordine n ”, o “in n variabili”, è una funzione q di n variabili x_1, \dots, x_n definita come $q(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$, dove i coefficienti a_{ij} sono numeri reali. Per comodità di rappresentazione, si suppone che risulti, per ogni coppia (i, j) di indici, $a_{ij} = a_{ji}$. In questo modo, una volta definita la “matrice simmetrica, quadrata di ordine n ” $A = [a_{ij}]$, sarà $q(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_n) \cdot A \cdot (x_1, \dots, x_n)'$, dove il prodotto “ \cdot ” è inteso “riga per colonna” e l’apice denoti la “trasposizione”, per cui $(x_1, \dots, x_n)'$ è in realtà un vettore colonna n -dimensionale. Una forma quadratica è un “polinomio di grado 2” nelle variabili x_1, \dots, x_n , nel senso che rappresenta una combinazione lineare di possibili prodotti del tipo $x_i x_j$. Una forma quadratica in due variabili si scrive, preferibilmente, come funzione delle variabili x, y , quindi $q(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$.

21 Grammi (21 Grams – 2003) di Alejandro González Inárritu con Sean Penn, Benicio del Toro, Naomi Watts, Melissa Leo, Charlotte Gainsbourg. USA, 124’.



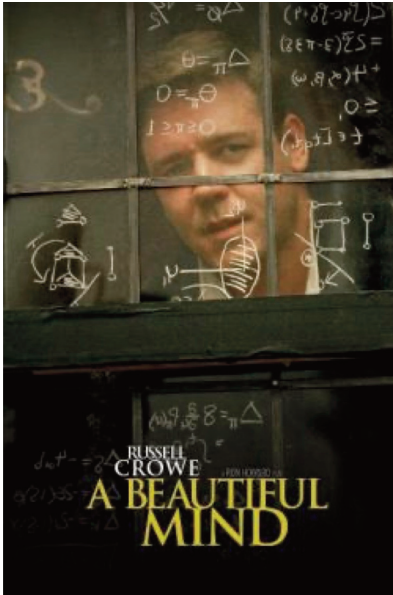
«Voglio saper solo chi sono adesso». L’insegnante Paul Rivers ha ricevuto il cuore dall’architetto Michael Peck, morto insieme alle due figlie in un incidente stradale provocato dal pregiudicato Jack Jordan, un fanatico religioso. Diventa una partita a tre all’interno delle reciproche relazioni familiari, «Perché la vita deve continuare con Dio o senza Dio». Il cuore trapiantato però è destinato in breve tempo ad avere un infarto. Quando incontra Cristine, la moglie del donatore: «In ogni aspetto della vita dell’universo si nasconde un numero, frattali, materia. C’è

sempre un numero che ci urla qualcosa nelle orecchie. Quello che cerco di far capire ai miei studenti è che i numeri danno accesso alla comprensione di un mistero che è più grande di noi. Devono accadere tante cose perché due persone si incontrino. In conclusione, la matematica è tutto questo». Chi ha provato a pesare l’anima, dice che quando moriamo perdiamo 21 grammi di peso ma «Quanto perdiamo in quei 21 grammi, quanto se ne va con loro, quanto si guadagna... il peso di cinque nichelini, il peso di un colibrì, di una barretta di cioccolato».



La nozione di numero naturale positivo (o intero positivo) si fonda sulla teoria degli insiemi ed in particolare sul concetto di equipotenza: due insiemi sono equipotenti se esiste una mappa biunivoca di uno nell'altro. Allora un numero intero positivo è il risultato, in sostanza, di un procedimento di "astrazione naturale". In accordo con questo approccio, un insieme sarà "infinito" se potrà essere posto in corrispondenza biunivoca con un suo sottoinsieme proprio. Due insiemi infiniti avranno la stessa "cardinalità" se potranno essere posti in corrispondenza biunivoca l'uno con l'altro. Questo è il caso, ad esempio dei numeri interi non negativi e di quelli positivi. Un primo esempio di numero (cardinale) infinito (o "transfinito") è rappresentato appunto dai numeri naturali. Un sorprendente risultato provato da Cantor, attraverso il noto "procedimento di diagonalizzazione", è che i numeri razionali sono numerosi quanto i numeri interi, nel senso che possono essere elencati in una successione. In altri termini, l'insieme \mathbb{Q} dei numeri razionali è "numerabile. L'insieme dei numeri "irrazionali" (vale a dire di quei numeri che non possono essere rappresentati come quoziente di numeri interi) non è numerabile, così come, evidentemente a questo punto, l'insieme dei "numeri reali", cioè di tutti quei numeri che possono essere rappresentati sulla retta orientata dotata di origine e di unità di misura. L'insieme dei "numeri naturali" (vale a dire, numeri interi non negativi) $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ gode di diverse proprietà, tra le quali quella di essere "bene ordinato". In generale, un insieme "totalmente ordinato" (X, \leq) si dice bene ordinato se ogni sottoinsieme non vuoto di X ammette elemento minimo (necessariamente unico). Questo implica, in particolare, che in un insieme ben ordinato ogni elemento $x \in X$ (x appartenente a X) ha un "immediato successivo" x' (vale a dire un elemento x' tale che $x < x'$ e $x' \leq x''$ per ogni $x < x''$). L'immediato successivo x' di x è quindi un elemento che "segue strettamente x " e "precede debolmente" ogni altro elemento x'' che segua strettamente x . Un'altra proprietà importante dell'insieme \mathbb{N} è il cosiddetto "principio di induzione", sulla base del quale, se S è un sottoinsieme di \mathbb{N} ($S \subset \mathbb{N}$), $0 \in \mathbb{N}$ e dall'essere $n \in S$ segue $n + 1 \in S$, allora segue che $S = \mathbb{N}$. Tale principio trova applicazione nella logica. Infatti, data che sia una proposizione $P(n)$ dipendente da $n \in \mathbb{N}$, se $P(0)$ è vera e dall'essere vera $P(n)$ segue che anche $P(n + 1)$ è vera, allora $P(n)$ risulta vera per ogni numero naturale n .

A beautiful mind (2001) di Ron Howard con Russel Crowe, Jennifer Connelly, Christopher Plummer, Adam Goldberg, Ed Harris, Paul Bettany. USA, 129'.

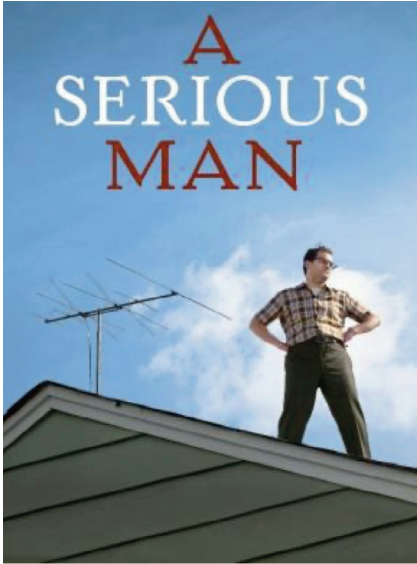


Siamo nel 1947 quando John Forbes Nash jr. viene ammesso a Princeton per il master in matematica. Apparentemente svegliato e introverso nelle relazioni, è ossessionato dallo sviluppare un'idea che deve essere straordinariamente originale. Casualmente, in un bar osserva gesti e modalità nell'approccio a una ragazza: nasce così il suo studio sulla teoria dei giochi, che analizza il comportamento di individui, o coalizioni, in situazioni di interazione strategica. Riceve un posto di professore al M.I.T. ma arriva il primo delirio: un agente segreto lo contatta per un incarico rischioso, gli viene chiesto di decodificare i

codici segreti del nemico. Nel frattempo, s'innamora e si sposa con una studentessa di fisica. Poi il delirio diventa sempre più grande: ossessionato da paranoie, visioni, incubi, viene dichiarato affetto da schizofrenia e ricoverato in ospedale psichiatrico. Da quel momento la sua vita si svolge tra lunghi ricoveri e ritorni a casa. Quando sembra essere riuscito a eliminare le allucinazioni, è di nuovo a Princeton. Nel marzo 1994 gli viene annunciata l'assegnazione del premio Nobel per la teoria dell'equilibrio nell'economia moderna.

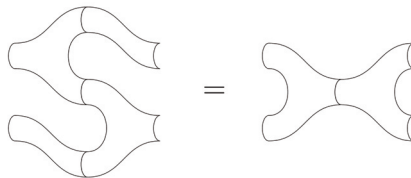
L'introduzione del concetto di "Equilibrio di Nash" è stato dirompente nella teoria dei giochi (non cooperativi) e rimane tuttora centrale in Economia matematica. Si tratta di una nozione che per certi versi appare *a posteriori* naturale, ma che richiede, per così dire, una certa ambientazione. In un gioco non cooperativo ad informazione completa (dove cioè tutti i giocatori conoscono le strategie degli altri), dati che siano n giocatori indicati con gli indici $1, \dots, n$, si assuma che "nel contempo" (vale a dire al verificarsi dei diversi "stati di natura") gli n giocatori adottino strategie s_i , e si indichi con u_i ($i = 1, \dots, n$) la *funzione di utilità* del giocatore i -esimo, a valori reali, definita sulle possibili n -ple (s_1, \dots, s_n) di strategie, la quale quantifica il rispettivo livello di soddisfazione. Infatti, il livello di utilità di un generico giocatore non dipende soltanto dalla propria strategia, ma anche dalle strategie adottate da tutti gli altri. Allora una strategia (s_1^*, \dots, s_n^*) è chiamata un "equilibrio di Nash" se non è migliorabile, nel senso che ad essa corrisponde il massimo livello di soddisfazione (relativa) per ciascuno dei giocatori se nessuno degli altri vi si discosta. Risulta allora che $u_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$ per ogni possibile n -pla (s_1, \dots, s_n) di strategie, e per ogni indice $i = 1, \dots, n$. Se esiste un equilibrio di Nash, esso rappresenta una soluzione del gioco, inteso come massimizzazione "contemporanea" delle utilità di tutti i giocatori. Nessun giocatore ha interesse a discostarsi dalla strategia (s_1^*, \dots, s_n^*) , che appunto è chiamata di "equilibrio". La ricerca matematica si rivolge da un lato all'individuazione di condizioni atte a garantire l'esistenza di un unico equilibrio di Nash, e dall'altra alle applicazioni a casi concreti di tale concetto. Le applicazioni dell'equilibrio di Nash riguardano la teoria delle decisioni, ovviamente, ma anche ad esempio, le scienze manageriali, la medicina, l'ingegneria aerospaziale, ecc... Un esempio classico relativo all'applicazione dell'equilibrio di Nash è rappresentato dal celebre "dilemma del prigioniero". Due sospettati di un crimine efferato si trovano in celle separate. Se entrambi evitano di confessare, saranno entrambi condannati ad un anno di prigione. Se uno confessa e l'altro non lo fa, quello che confessa sarà liberato e l'altro sarà condannato a quattro anni di prigione. Se entrambi confessano, allora gli anni di prigione saranno tre per entrambi. L'equilibrio di Nash è rappresentato dalla scelta in corrispondenza della quale entrambi i sospettati confessano.

A serious man (2009) di Joel e Ethan Cohen con Michael Stuhlbarg, Fred Melamed, Jessica McManus, Aaron Wolff, Richard Kind, Simon Helberg. USA, 105'.



Larry Gopnik, professore di fisica in una università del Midwest di fede ebraica, dichiara a uno studente di aver avuto un giudizio negativo, «Non puoi capire la fisica senza la matematica, lei è il processo che apre le porte». Ma il brav'uomo vive una situazione complicata: figli adolescenti che si mettono nei guai, una moglie che pretende il divorzio perché vuole andare a vivere con il vicino di casa Sy cacciandolo al Jolly Roger Motel. È pure a rischio il suo incarico di professore e l'invadente zio Arthur lavora al Metaculos, una mappa delle probabilità dell'universo. Tra la sua prima lezione,

quella del paradosso sul gatto di Schrödinger e l'ultima lezione, quando riempe la lavagna di radici quadrate per affermare alla fine come «il principio di indeterminazione (di Heisenberg) prova che noi non sappiamo in realtà quello che succede»; c'è la coercitiva comunità ebraica e la Kabbalah. Ma «Se due ebrei discutono fra loro, ci sono almeno tre opinioni diverse...».



Il principio di indeterminazione del premio Nobel Werner Heisenberg, formulato nel 1927, è famoso in fisica quantistica in quanto sottolinea l'impossibilità di conoscere al tempo stesso la posizione e la velocità (quindi il "momento", vale a dire il prodotto della velocità e della massa) di una particella. Lo stesso principio, peraltro, si applica a problemi di matematica pura e fisica classica, riguardando in generale oggetti che esibiscono proprietà ondulatorie. L'ambiente in qualche modo naturale per studiare questo principio nell'ambito della meccanica quantistica è rappresentato dagli "spazi di Hilbert", vale a dire spazi di "prodotto scalare" (quindi "normati"), che siano "completi" (nel senso che risulti convergente ogni "successione di Cauchy", per la quale quindi i termini si possano rendere arbitrariamente vicini definitivamente). I fisici rappresentano infatti le misurazioni quantistiche in termini di operatori lineari su spazi di Hilbert. L'esatta natura dello spazio di Hilbert considerato dipenderà dalla natura delle osservazioni che si vogliono realizzare. Quanto al cosiddetto "esperimento del gatto di Schrödinger", esso non rappresenta un reale esperimento e da un punto di vista scientifico non prova nulla, salvo il fatto che fraintendimenti dei principi della fisica quantistica causati da contaminazioni di tipo filosofico possono portare a risultati assurdi che non corrispondono alla realtà fattuale. Evidentemente un gatto non può essere morto o vivo a seconda del fatto che le sue condizioni siano o meno osservate. Sfortunatamente, molti divulgatori scientifici hanno propagato l'erronea idea che uno stato quantistico sia determinato da un osservatore cosciente. L'idea essenziale è la seguente: la morte di un gatto, con una certa probabilità e in un dato tempo, potrebbe essere provocata da un evento subatomico, che sarebbe generato da un apposito apparato nascosto. Secondo la meccanica quantistica, finché tale evento non viene osservato, nel sistema in questione avrebbe luogo la sovrapposizione di stati "avvenuto/non avvenuto" ed il gatto potrebbe trovarsi nella condizione "vivo/morto" contemporaneamente". La domanda provocatoria di Schrödinger è la seguente: "Perché nella vita reale non vediamo alcun gatto in questo stato di sovrapposizione?" La risposta, fornita dall'autore stesso, si basa sul concetto di "intreccio", il quale garantisce l'impossibilità per un osservatore di trovarsi in queste condizioni. Infatti, è l'intero sistema a trovarsi nello stato vivo/morto, ma la sovrapposizione non ha luogo al momento dell'apertura della scatola in cui il gatto si trova, nel momento in cui vogliamo renderci conto delle condizioni della bestiola.

A.I. – Intelligenza artificiale (A.I. Artificial Intelligence – 2001) di Steven Spielberg con Haley Joel Osment, Jude Law, Brendan Gleeson, Sam Robards, William Hurt, Frances O’Connor. USA, 145’.



Ci troviamo nel 2125, in precedenza l’effetto serra aveva provocato l’innalzamento degli oceani e la distruzione dei continenti, quel che è rimasto dell’uomo vive aggrappato alla tecnologia: ha creato robot che possono sostituire il suo lavoro senza consumare energia obbedendogli. Il professor Allen Hobby della Cyberg Tronic ha in progetto di costruire un robot bambino capace di amare, cioè di avere una coscienza e le emozioni date da una procedura di imprinting dalla madre. Venti mesi dopo è pronto. C’è una famiglia che cinque anni prima aveva perso il figlioletto Martin, ora è ibernato, cioè “in sospenso” in attesa che la scienza possa ridargli la vita, anche se la madre continua a leggergli le fiabe, lei non ha mai elaborato il lutto. È a questa famiglia che

viene affidato il primo esemplare, chiamato David, a cui viene donato un peluche-robot appartenuto al bambino. Ma quando Martin, grazie a nuove scoperte, è in grado di guarire e di tornare a casa, le cose si complicano: tra bambino umano e robot la relazione è inconciliabile perché in parte sono sovrapponibili. Non resterebbe che distruggere il robot, se questo non volesse – a tutti i costi – diventare umano. Si scivola dalle parti di Collodi con Geppetto, la fata Turchina ecc. Dopo che sono passati altri duemila anni, l’alieno dice a David: «Spesso ho invidiato gli esseri umani per quella cosa che chiamavano spirito, hanno creato milioni di spiegazioni al significato della vita, nell’arte, nella poesia, in formule matematiche. Indubbiamente gli esseri umani devono essere la chiave dell’esistenza ma gli esseri umani non esistevano più, così iniziammo un esperimento... le equazioni hanno dimostrato che, una volta che la via dello spazio-tempo individuale veniva creata, non la si poteva riuscire». Ma dal bambino-robot si potrà ricominciare l’umanità.

Il funzionamento di un robot si fonda su una struttura matematica unificata che riguarda la descrizione analitica, il calcolo algebrico e le reciproche relazioni di movimenti finiti e istantanei. Gli aspetti computazionali includono principalmente la composizione e la sovrapposizione di movimenti. Il termine “robot” fu introdotto nel 1921 dal drammaturgo ceco Karel Capek nella sua opera satirica *R.U.R. (Rossum's Universal Robots)*, dove egli descrisse i robots come macchine il cui comportamento era analogo a quello degli umani, ma che per converso lavoravano svogliatamente. Il primo linguaggio di programmazione adatto a comandare i movimenti di un robot fu sviluppato a Stanford nel 1973 con il nome di “Wave”. Gli strumenti di tipo matematico includono la teoria dell'algebra di Lie, i quaternioni e la “teoria della vite finita”, intesa come il calcolo algebrico di coppie di vettori, come velocità angolare e lineare, forze e momenti. I movimenti di sola “rotazione” possono essere rappresentati da numeri complessi “unitari” (vale a dire, di “modulo” unitario) del tipo $z = \cos \theta + i \sin \theta$, dove i è l'unità immaginaria (quindi, $i^2 = -1$). Le rotazioni formano un “gruppo algebrico”, il che significa semplicemente che una composizione di rotazioni rimane una rotazione essa stessa. In particolare, un “gruppo” è una “struttura algebrica” (\mathcal{G}, \circ) , dove \mathcal{G} è un insieme e \circ è un'operazione interna su \mathcal{G} (vale a dire, una mappa $\circ: \mathcal{G} \times \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}$) che soddisfa le seguenti proprietà:

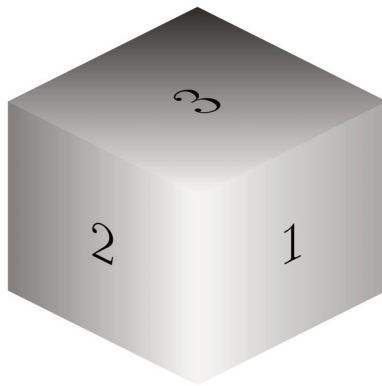
- 1) *associatività*: per ogni terna ordinata $(a, b, c) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} \times \mathcal{G}$, risulta $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$;
- 2) *esistenza dell'elemento neutro e* : qualunque sia l'elemento $a \in \mathcal{G}$, $a \circ e = e \circ a = a$;
- 3) *esistenza del simmetrico di ogni elemento*: qualunque sia l'elemento $a \in \mathcal{G}$, esiste un elemento $\bar{a} \in \mathcal{G}$ (appunto il simmetrico di a), tale che $a \circ \bar{a} = \bar{a} \circ a = e$.

Una proprietà addizionale è rappresentata dalla commutatività, per la quale $a \circ b = b \circ a$.

Agente 007 – Una cascata di diamanti (Diamonds Are Forever –1971) di Guy Hamilton con Sean Connery, Jill St. John, Lana Wood, Putter Smith, Charles Gray. Gran Bretagna, 122’.



Diamanti purissimi per costruire un satellite laser che lanciato sullo spazio minaccia le grandi potenze, poiché in grado di distruggere ogni arma nucleare. Problema risolto da James Bond. Ma la domanda è un'altra come si fa a vincere con certezza a Las Vegas al Casinò del miliardario Willard Whyte? Ci può riuscire l'agente 007 giocando a dadi: al primo lancio fa 10 e gioca, assumendosi il massimo rischio: 200 dollari su tutti i numeri e 250 sull'11. Commento: «Lei gioca a dadi come le scimmie maneggiano le noci di cocco!» E vince 50.000 dollari.

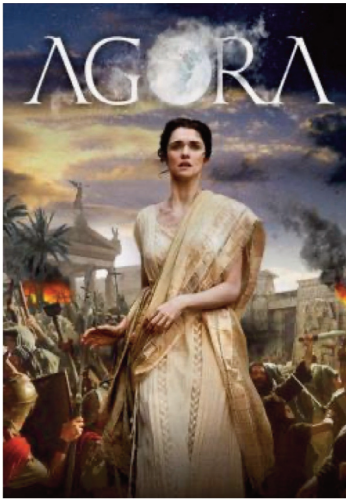


Come noto, se lanciamo due dadi e li supponiamo perfettamente equilibrati, l'indipendenza stocastica tra singoli lanci consecutivi ci impedisce di "inferire" su lanci successivi, in presenza di una qualunque osservazione. Se indichiamo con Z la somma dei punteggi dei due dadi (quindi una "variabile aleatoria", se considerata prima dell'osservazione), e con z una sua generica determinazione, appartenente quindi all'insieme $\{2, 3, \dots, 12\}$, il totale 10 si potrà ottenere, nel caso i dadi siano lanciati successivamente, in 3 modi, come risultato degli esiti (5,5), (4,6) e (6,4). Avremo quindi $p(Z = 10) = \frac{3}{36} = 1/12$, dal momento che i casi possibili sono $6 \cdot 6 = 36$. In generale, si vede subito che i casi favorevoli al verificarsi della generica somma z sono $z - 1$ se $z \leq 7$ e $12 - z + 1$ se $8 \leq z \leq 12$. Si ha quindi che la somma più probabile è $z = 7$, e $p(Z = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. La probabilità, quindi, di avere un doppio 6, evento frequente nella filmografia dedicata e che evidentemente coincide con la "somma uguale a 12" nello schema precedente, è $\frac{1}{36} \approx 2,7\%$. Nel lancio di due dadi (o equivalentemente, di un dado per due volte consecutive), i casi possibili sono rappresentati dalle 36 coppie (i, j) , dove i e j appartengono all'insieme $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Le considerazioni precedenti possono essere applicate al cosiddetto gioco del "craps", molto popolare nei casinò. In questo caso, si vince se la somma dei due lanci è 7 oppure 11 (evento chiamato "natural"). Avremo quindi, con ovvia simbologia, $p(7 \vee 11) = p(7) + p(11) = \frac{6+2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$. Se invece la somma è 2 oppure 3 oppure 12, il giocatore ha perso e si verifica il "craps". Ciò avviene, quindi con probabilità $p(2 \vee 3 \vee 12) = p(2) + p(3) + p(12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Diversamente, cioè quando al primo lancio esca 4, 5, 6, 8, 9 o 10, il giocatore continua a lanciare. La probabilità di quest'ultima eventualità si otterrà "per complementazione", vale a dire $p(4 \vee 5, \vee 6 \vee 8 \vee 9 \vee 10) = 1 - p(\text{natural}) - p(\text{craps}) = 1 - \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$.

Passando al lancio di un dado per 3 volte consecutivamente, la probabilità di ottenere 3 volte il risultato 6 è, evidentemente, pari a $\frac{1}{6^3} = \frac{1}{216} \approx 0,46\%$. In questo caso, i casi possibili sono rappresentati dalle $6^3 = 216$ terne del tipo (i, j, k) , dove i, j e k appartengono all'insieme $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Agorà (Ágora – 2009) di Alejandro Amenábar con Rachel Weisz, Rupert Evans, Max Minghella, Oscar Isaac, Michael Lonsdale, George Harris. Spagna, 128’.



Alessandria d’Egitto, verso la fine del V secolo d.C. «Perché le stelle non cadono dal cielo? Voi sapete non sorgono né tramontano, si muovono da oriente a occidente secondo un moto circolare, ma qui sulla terra i corpi cadono. È il centro del cosmo che trattiene tutte le cose, se non ci fosse un centro, sarebbe amorfo, infinito, senza forma e caotico». Sono le lezioni di Ipazia, l’única matematica, astronoma e filosofa prima del XX secolo, ad intuire che i pianeti si muovono su orbite ellittiche, convinta che sia il sole al centro del sistema solare. Dovrà fare i conti con le tensioni tra le varie religioni, in particolare di quella cristiana ormai diventata prevalente e dei fanatici monaci parabolani. Per Euclide «Se due cose sono uguali a una terza, tutte tre sono uguali», ma non per le religioni tra loro, anche se monoteiste, che con il proprio fanatismo non avranno alcuna pietà per la vita di Ipazia e del pensiero scientifico.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	60
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Euclide, matematico greco vissuto intorno al 300 a.C., fu con Archimede e Apollonio uno dei tre più grandi matematici dell'antichità. I suoi *Elementi*, che si compongono di tredici libri, sviluppano svariati argomenti di geometria piana e solida, attraverso una trattazione razionale che viene tuttora assunta come modello di rigore logico. Euclide basa le sue costruzioni su postulati e assiomi, seguendo quindi un'impostazione di ineccepibile correttezza formale e metodologica. Si deve a lui il famoso *quinto postulato*, che implica l'unicità della parallela per un punto ad una retta data e che ha portato allo sviluppo delle *geometrie non euclidee*. Oltre a fornire importanti contributi riguardanti la teoria delle proporzioni, Euclide ha lasciato anche una dimostrazione dell'infinità dei numeri primi. Tale geniale dimostrazione si basa innanzitutto sul seguente lemma:

Ogni numero intero maggiore di 1 ha un fattore primo.

La dimostrazione avviene per induzione su n (generico intero maggiore di 1). Se $n = 2$, allora 2 è esso stesso numero primo e quindi "divide" sé stesso. Supponiamo ora che la tesi valga per ogni numero intero $1 < h < n$. Proviamo, appunto per induzione, che essa vale anche per n . Ci basta ipotizzare, evidentemente, che n non sia un numero primo. Allora si può scrivere $n = a \cdot b$, con $1 < a, b < n$. Ma allora, per ipotesi induttiva, a è divisibile per un qualche numero primo p , e quindi anche $n = a \cdot b$ è divisibile per p . Così la dimostrazione è conclusa.

Passiamo ora al risultato di Euclide.

Esistono infiniti numeri primi.

Per dimostrarlo, supponiamo per assurdo che non sia così, e quindi che esista una "lista" finita p_1, p_2, \dots, p_r , la quale "esaurisca" tutti i numeri primi. Consideriamo ora il numero $N = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r + 1$. Esso dovrà essere divisibile per un qualche numero primo, diciamo p , come garantito dal lemma precedente. Ma tale numero p non potrà essere incluso nella lista p_1, p_2, \dots, p_r , in quanto la divisione di N per p_i dà come resto 1 per ogni $i \in \{1, \dots, r\}$. Quindi p non può essere compreso nella lista precedente. Visto che il ragionamento può, evidentemente, essere ripetuto per ogni lista finita di numeri primi, si ha che l'insieme dei numeri primi deve essere infinito.

All In – La vita è in gioco (All In – 2006) di Nick Vallelonga con Michael Madsen, James Russo, Tony Lip, Louis Gossett Jr., Colleen Porch, Michelle Lombardo. USA. 96’.



Alicia è una bambina a cui il padre, ex militare reduce dal Vietnam, insegna il poker: «Tutte le mani sono vincenti e tutte le mani sono perdenti. Conta solo quello che ti metti in tasca», con il calcolo delle probabilità sul bluff e sul rilancio. Da studentessa di medicina si trova a giocare con i colleghi a strip poker e li spoglia, insieme si mettono a giocare al casinò: uno raccoglie i dati delle giocate dei giocatori, un altro configura la muscolatura facciale dei giocatori, il terzo immette i dati e li elabora al computer. «Quando scende al

tavolo finge di non saper giocare... finirà al torneo di Texas Hold'em, monte premio 5 milioni di dollari. «Quando bleffa scende in 8 secondi, quando ha buone mani scende in 4, ecco il suo punto debole». Poi batterà anche il padre che si era finto morto per sfuggire ai debitori.

Il “Calcolo combinatorio” si occupa di conteggi in insiemi finiti e, come tale, rappresenta uno strumento indispensabile per il calcolo di certe probabilità, riguardanti, ad esempio, i giochi d’azzardo. Uno dei più intriganti tra tali giochi è il “Poker”, che compare in diverse varianti.

Vogliamo ricordare brevemente, per facilitare la comprensione, che il “coefficiente binomiale” $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$ rappresenta il numero di sottoinsiemi di k elementi in un insieme di n elementi (n e k sono numeri interi positivi, con $k \leq n$). Così, ad esempio, $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{60}{6} = 10$ è il numero di sottoinsiemi (cioè, gruppi che si possono formare) di 3 elementi in un insieme di 5 elementi.

L’eventuale ordine tra gli elementi nel sottoinsieme non deve essere in alcun modo considerato e due sottoinsiemi sono diversi solamente quando hanno elementi diversi. In generale, nei problemi di calcolo combinatorio è fondamentale distinguere gli schemi che richiedono di ordinare gli elementi da quelli che, invece, prescindono dall’ordine. Nella sua versione “base”, il gioco del poker prevede la distribuzione di 5 carte coperte a ciascun giocatore. Si utilizza un mazzo di carte francesi, che quindi, inizialmente, consiste di 52 carte: 13 valori (A, K, Q, J, 10, 9, 8, ..., 2, elencati in ordine decrescente) e 4 semi per valore (\heartsuit , \diamondsuit , \clubsuit , \spadesuit). Ogni giocatore, quindi, vede soltanto le proprie carte. Vi è, evidentemente, una terminologia dedicata, che comunque ricorderemo e preciseremo volta per volta, quando andremo a valutare le probabilità di certe combinazioni. Il “colore” consiste in una mano di cinque carte dello stesso seme. Si tratta, se non intersecato con una “scala”, del punteggio che si posiziona tra il “tris” ed il “full” (quest’ultimo consistendo di un tris e di una “coppia”). Non è difficile determinare la probabilità di un colore servito (vale a dire, come si è appena detto, 5 carte in mano alla distribuzione, tutte dello stesso seme). Ricordiamo che, in presenza di n giocatori, si utilizza un mazzo di $4 \cdot (n + 4)$ carte francesi, cioè ci sono $n + 4$ “ranghi” (“valori”). Supponiamo, ad esempio, che ci siano 5 giocatori e quindi si utilizzi un mazzo di 36 carte e ci siano 9 ranghi decrescenti a partire dall’asso (A) fino al 6. Un colore di quadri è, ad esempio, A \diamondsuit , Q \diamondsuit , J \diamondsuit , 9 \diamondsuit , 7 \diamondsuit . La probabilità di un colore è allora

$$p(\text{colore}) = \frac{4 \cdot \binom{9}{5}}{\binom{36}{5}} = \frac{4 \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}}{\frac{36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32} = 0,00133,$$

cioè poco più dell’uno per mille. Infatti, in 4 modi si può scegliere il

$$\text{seme, ed in } \binom{9}{5} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \text{ modi i 5 ranghi per seme.}$$

Alla conquista dell'infinito (I Aim at the Stars o Wernher von Baun – 1960) di J. Lee Thompson con Cürd Jurgens, Victoria Shaw, Herbert Lom, Gia Scala, James Daly. USA, 107'.



«Per uno scienziato il presente deve essere il futuro, l'universo ci attende, gran parte del futuro dell'umanità dovrà svolgersi in un paese inesplorato e noi dobbiamo esplorarlo, ecco cosa differenzia l'uomo dal vegetale». Biografia romanizzata di Wernher Magnus von Braun fino al primo lancio americano di un satellite, dopo che i russi hanno lanciato il primo Sputnik. Siamo negli anni Venti a Berlino, dal terrazzo di casa Wernher lancia un razzo che finisce su una serra. Dieci anni dopo “Vuole andare sulle stelle”, ma viene ingaggiato dai nazisti per la costruzione delle V1. «Un razzo è come un albero deve avere il tempo per crescere».

La sua segretaria però è una spia americana e passa i progetti agli alleati. «Gli scienziati devono pensare al futuro se no si andrebbe in carrozza come un tempo». Viene arrestato dalle SS, messo sotto processo e quindi salvato da Hitler per la costruzione delle V2, che funzioneranno. Quando la base di lancio viene bombardata, si consegna agli americani, prima che arrivino i russi, e spedito a White Sands, New Messico nel 1945. Subisce l'ostilità americana ma interviene il generale Eisenhower. Stabilisce il record mondiale di altezza di un razzo, ma non gli viene affidata la costruzione di un satellite. Bonaria ricostruzione, abbastanza lontana dalla realtà.

Consideriamo la *velocità* $v(t)$ e la *massa* $m(t)$ di un razzo, le cosiddette “variabili di stato” espresse in funzione del tempo t . Si noti che $m(t)$ è intesa come la massa istantanea totale del razzo al tempo t , vale a dire la somma della massa del corpo del razzo e della massa del propellente in quell’istante di tempo.

Si voglia descrivere la conservazione del “momento lineare”, vale a dire il prodotto della velocità e della massa, in una dinamica temporale. Poiché in un intervallo di tempo di ampiezza infinitesima dt , il razzo emette una quantità infinitesima di gas dm_g , e conseguentemente la velocità aumenta di $dv(t)$, si avrà che il *momento finale* del razzo potrà essere approssimato come

$$p_1(t) = (m(t) - dm_g(t))(v(t) + dv(t)),$$

ed il *momento dei gas di scarico* sarà

$$p_2(t) = dm_g(t)(v(t) - u(t)),$$

dove $u(t)$ è la *velocità del gas di scarico* rispetto al razzo.

Il momento finale totale al tempo t sarà quindi uguale a $p_1(t) + p_2(t)$. Dalla *legge di conservazione del momento totale del sistema*, avremo allora che

$$m(t)v(t) = p_1(t) + p_2(t).$$

L’uguaglianza

$$m(t)v(t) = (m(t) - dm_g(t))(v(t) + dv(t)) + dm_g(t)(v(t) - u(t))$$

può esser scritta, ovviamente, come

$$m(t)v(t) = m(t)v(t) - v(t)dm_g(t) + m(t)dv(t) - dm_g(t)dv(t) + v(t)dm_g(t) - u(t)dm_g(t).$$

Se trascuriamo, come si usa, la quantità molto piccola $dm_g(t)dv(t)$, arriveremo all’uguaglianza $m(t)dv(t) = u(t)dm_g(t)$. Visto che un aumento della massa del gas emesso si traduce immediatamente in una diminuzione della massa del razzo, si potrà porre $dm_g(t) = -dm(t)$. Avremo allora $m(t)dv(t) = -u(t)dm(t)$. Dividendo entrambi i membri per dt , si ottiene allora la cosiddetta “equazione differenziale del movimento del razzo”, vale a dire

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{u(t)}{m(t)} \frac{dm(t)}{dt}.$$

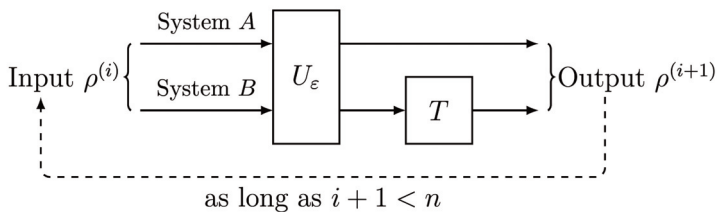
Si noti che $T(t) = u(t) \frac{dm(t)}{dt}$ è l’espressione della “spinta” istantanea.

Basta che funzioni (Whatever Works – 2009) di Woody Allen con Larry David, Evan Rachel Wood, Patricia Clarkson, Michael McKean, Henry Cavill, Michael McKean. USA, 92’.



Boris Yellnikoff, docente pensionato di meccanica quantistica e teoria degli insiemi alla Columbia University, era stato candidato al premio Nobel, ma senza vincerlo, ora passa le sue giornate al bar con tre amici e pontifica sulla vita, sulla politica e sull’universo, e insegna a giocare a scacchi a dei ragazzini definiti “zombi incompetenti”. Lui nella vita ha un’ampia visione del mondo ma si sente circondato da microbi, davanti a sé il principio di indeterminazione di Heisenberg contro il “basta che funzioni”, regola della giovanissima amante Melany. Allora, «Non v’illudete, non dipende per niente dal vostro ingegno umano, più di quanto non vogliate accettare è la fortuna a governarvi! Quante erano... le probabilità che uno spermatozoo di vostro padre, tra miliardi trovasse il singolo uovo che vi ha fatto! Non ci pensate senno vi viene un attacco di panico».

dipende per niente dal vostro ingegno umano, più di quanto non vogliate accettare è la fortuna a governarvi! Quante erano... le probabilità che uno spermatozoo di vostro padre, tra miliardi trovasse il singolo uovo che vi ha fatto! Non ci pensate senno vi viene un attacco di panico».



Il principio di indeterminazione di Heisenberg esprime in termini qualitativi il contenuto fisico della meccanica quantistica. Infatti, sulla base di tale principio, non è possibile determinare simultaneamente con precisione assoluta i valori di particolari coppie di variabili fisiche atte a descrivere il comportamento di un sistema.

Il prodotto delle “incertezze” Δx e Δp , riguardanti, per esempio, posizione e quantità di moto di una particella, deve soddisfare la relazione

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2},$$

dove \hbar indica la cosiddetta “costante di Planck ridotta”. L’ordine di grandezza della costante di Plank (ridotta) fa sì che nelle normali misure il principio di indeterminazione non abbia alcun interesse, mentre diventa di importanza fondamentale nei sistemi atomici. Così, quando si effettuano misurazioni di tipo atomico su variabili coniugate, bisognerà scegliere dispositivi sperimentali la cui precisioni sia, in qualche modo, compatibile con il principio di indeterminazione. Quando poi si misuri, al limite, una sola delle variabili coniugate alla volta con estrema precisione, nella teoria classica i due esperimenti così ottenuti si completano a vicenda, mentre in meccanica quantistica essi si escludono a vicenda, dal momento che non è possibile effettuarli contemporaneamente.

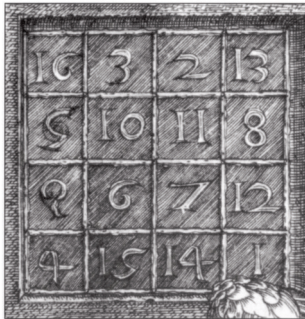
Se, per esempio, volessimo misurare la posizione di un elettrone, dovremmo “illuminarlo”, inviando almeno un fotone su di esso e vedendo come e dove viene deflesso. Questo processo, però, provocherebbe un rinculo dell’elettrone con un angolo ed una velocità arbitraria. Ne consegue che un’ipotetica misura di velocità fatta appena dopo l’urto darebbe un’informazione molto limitata sulla velocità che aveva l’elettrone prima che fosse investito dal fotone. Ricordiamo che, in meccanica quantistica, la descrizione completa dello stato di un sistema è data dalla funzione d’onda che rappresenta l’ampiezza di probabilità associata al sistema. Tale probabilità si dice “non epistemica”, in quanto la necessità della sua considerazione non è dovuta ad una mancanza di conoscenza dello stato iniziale di un sistema, essendo invece per così dire “intrinseca” al sistema stesso, o meglio alla realtà. In pratica, le incertezze Δx e Δp potranno essere approssimate attraverso la “deviazione standard” (vale a dire la radice quadrata della media aritmetica dei quadrati degli “scarti” dalla media aritmetica) su un numero elevato di misure indipendenti delle rispettive grandezze fisiche eseguite su sistemi del tutto analoghi.

Bianca (1984) di e con Nanni Moretti, Laura Morante, Dario Cantarelli, Roberto Vezzosi. Italia, 96'.



Michele Apicella è un borderline con un rapporto ossessivo con la realtà, ama studiare i comportamenti dei suoi vicini e degli amici (fino a eliminarli se trasgrediscono la sua morale), finisce a insegnare matematica in una scuola sperimentale, la Marilyn Monroe, dove al posto del Presidente della Repubblica nell'ufficio del preside c'è il ritratto di Dino Zoff, nella sala insegnati flipper e piste per macchine, insomma la fine della scuola tradizionale, il caos. Quando entra in classe: «Spero che la matematica vi piaccia e spero che potremo lavorare insieme tentando di ri-

volvere problemi... se c'è qualcuno che ha delle domande da fare lo faccia senza timore...» Studente: «A nome della classe volevamo chiedere qualcosa riguardo al quadrato magico raffigurato nell'incisione di Albrecht Dürer Melencolia I... pare che nel Rinascimento si fosse convinti che il quadrato magico di ordine 4 potesse scacciare sentimenti come la malinconia e la tristezza... ecco vorremmo sapere come fa a dare sempre



34 sommando ogni riga, ogni colonna e ogni diagonale...» «Si dà sempre 34». «Lei ce lo può far vedere...» «Ma mi sembra un po' fuori dal programma e magari non interessa a tutti...» «Sì ci interessa tutti» gridano in coro. Il professore, lentamente prende un gessetto e si avvicina alla lavagna. Viene salvato dal suono della campanella, lezione finita. Se ama la perfezione in virtù di una evidente nevrosi: il

Mont Blanc e la Nutella, di fronte all'amore con la professoressa di francese dichiara di "Non essere abituato alla felicità" e la lascia, la matematica dovrebbe rappresentare, chissà cosa? Forse, l'ordine e la sicurezza del calcolo applicata alla quotidianità.

Nel film, il professore dichiara di apprezzare la matematica per la sua chiarezza: «Un numero o è positivo o è negativo!», aderendo ad una benevola convenzionalità semplificatoria. Questa schematizzazione appare feroce oggi più di quarant'anni fa, alla luce anche dell'avvento e del dilagare, non più recente, della matematica di tipo "fuzzy", dove per esempio un sottoinsieme di un insieme viene visto come un'applicazione dell'insieme stesso nell'intervallo chiuso $[0,1]$, la quale sostanzialmente assegna ad ogni elemento un "grado di appartenenza" al sottoinsieme (con valore 0 se l'elemento considerato certamente non vi appartiene e valore 1 se certamente vi appartiene). Peraltro l'affermazione suddetta rimane emblematica del modo di procedere matematico, in cui deve dominare l'onestà del modus operandi che da un'ipotesi, descritta in maniera scevra da ogni ambiguità, mira a dimostrare una tesi ben definita. In effetti, nel quadrato magico di Dürer, rappresentabile come una "matrice" a 4 righe e 4 colonne, la somma dei numeri su ogni riga, su ogni colonna e su ogni diagonale è 34 (la "costante di magia"), come si constata facilmente:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Un quadrato magico $n \times n$ si dice "perfetto" se vi compaiono (una sola volta, evidentemente) tutti i numeri compresi tra 1 ed n^2 . Il quadrato magico di Dürer è perfetto.

Blaise Pascal (1972) di Roberto Rossellini con Pierre Arditi, Rita Forzano, Christian De Sica, Giuseppe Addobbati, Bruno Cattaneo, Livio Galassi. Italia, 131'.

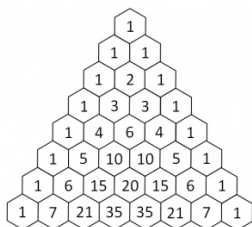


Nella Francia di Luigi XIII, giunto col padre Etienne – intendente per le imposte e le tasse – in Normandia nel 1639, già da giovanissimo si è occupato di geometria e matematica sulle orme di Cartesio, studi che lo portano a immaginare il primo esemplare di calcolatore. A 17 anni scrive un trattato con la soluzione delle variazioni dell'incidenza di un cono su un piano. Spiega come le coniche formerebbero una stella non a cinque punte, ma a sei. «Dio rimane fuori dalla nostra portata, nascosto alle nostre mediocri capacità di raziocinio, non crederete che

misurare il peso specifico dell'aria a diversi livelli, ciò che mi sforzerò di stabilire, ci renderà meno miserabili agli occhi di Dio. La scienza ha due estremi che si toccano: il primo è la pura ignoranza naturale, l'altro è quello che raggiungono le grandi anime che una volta appreso quanto all'uomo è dato di apprendere, scoprono di non sapere nulla. Coloro che sono nel mezzo, che hanno superato l'ignoranza naturale ma non hanno potuto raggiungere l'altra, l'ignoranza del saggio, hanno una infarinatura di scienza e fanno i saputi, ma è gente che giudica male ogni cosa». Genio precoce, con una salute precaria, nel furore della caccia alle streghe, contro il fervore della credulità popolare suggestionata dalla Chiesa, abbraccia le posizioni del Giansenismo, poco prima di morire a solo 39 anni.

Gli studenti del primo anno di università frequentanti i corsi istituzionali di Analisi matematica e Matematica di base conoscono Pascal per il celebre triangolo che porta il suo nome e le cui righe sono i coefficienti dello sviluppo del binomio di Newton: $\sum_{h=0}^n \binom{n}{h} a^{n-h} b^h = (a + b)^n$. La riga n -sima del “Triangolo di Pascal” ha infatti esattamente n elementi ed è la seguente:

$$\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{2} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}, \dots, \binom{n}{n-1} = n, \binom{n}{n} = 1.$$



Gli interessi di Pascal erano i più vari. Verso i diciotto anni costruì una macchina calcolatrice, e poi, negli anni successivi, ne vendette una cinquantina. Si interessò quindi all'idrostatica, mettendo a punto il celebre esperimento che confermava la pesantezza dell'aria. Scrisse un'opera completa sulle coniche, che però andò perduta e fu in parte riportata in alcuni estratti da Leibniz, che ebbe la fortuna di disporre di una copia manoscritta. Peraltro, Pascal appare indietro rispetto ai suoi tempi, in quanto non si rende conto dell'importanza di una buona notazione simbolica nella scoperta matematica. Pascal elaborò altresì una formula per derivare la somma delle potenze m -esime dei primi n interi consecutivi, da cui derivò con facilità l'equivalente della nota formula del calcolo infinitesimale

$$\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

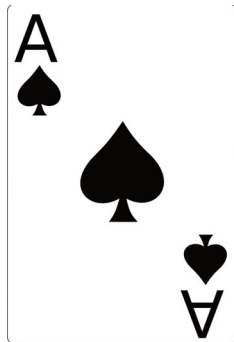
Pascal è anche molto conosciuto per la famosa scommessa che porta il suo nome, e che rappresenta un argomento che tratta dell'esistenza di Dio. Egli sostiene che convenga scommettere sull'esistenza di Dio in quanto “Se vincete guadagnate tutto; se perdete non perdete nulla”. In caso di perdita, si perderanno soltanto dei beni finiti, rappresentati dai piaceri mondani. L'argomento di Pascal anticipa quella che sarà la “Teoria dell'utilità attesa”, che si basa sul valore atteso di una funzione di valore (l'utilità appunto) applicata al guadagno associato ad ogni alternativa possibile.

California poker (California Split – 1974) di Robert Altman con George Segal, Elliot Gould, Gwenn Welles, Ann Prentiss, Brett Ramset. USA, 108’.



Sala da gioco della California, una lavagna indica la prenotazione ai tavoli. Un video insegna il comportamento ai giocatori: tenere il busto eretto, il corpo immobile, evitare il nervosismo, non parlare. Allo stesso tavolo un redattore di una rivista e uno sfaccendato. Entrambi hanno la passione di scommettere: sul colore delle mutande della maestra, sui nomi dei 7 nani, sulle corse ai cavalli, sulle partite di basket, sugli incontri di boxe, alle corse dei cani. Sono dei perdenti indebitati e si accoppiano. Vanno a Reno, uno vince 11.000 dollari al poker, passa al black jack e vince ancora, passa alla roulette e vince, ai dadi

e fa quattro 11 di seguito: alla fine sono 82.000 dollari ma a vincere non c'è alcuna sensazione, quella da sempre cercata.



La roulette “francese” consiste di 37 numeri, lo 0 di colore verde ed i numeri dall’1 al 36 alternativamente di colore rosso e nero. Se si punta una “fiche” su un numero (che viene detto, in questo caso, “pieno” o “secco”) ed il numero esce, si viene pagati 37 volte tanto, compresa la puntata iniziale. La probabilità di azzeccare un numero secco è quindi uguale a $1/37$, circa il 27 per 1000, lievemente inferiore alla probabilità di fare un doppio 6 nel lancio di due dadi (in questo caso, pari $1/36$). Indicato con X il “numero aleatorio” che rappresenta il ricavo corrispondente ad una puntata secca di 100, avremo che il “ricavo medio” (o “valore atteso del ricavo”) del giro di ruota, pari alla somma dei prodotti dei possibili esiti per le rispettive probabilità,

$$\text{sarà } E[X] = -100 \cdot \frac{36}{37} + 3.700 \cdot \frac{1}{37} = 100 \cdot \frac{1}{37},$$

uguale all’incirca a 2,7 (entità palesemente risibile).

In generale, se X è un numero aleatorio (o variabile aleatoria) con determinazioni $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$, e rispettive probabilità $p(x_n) = p_n$ ($n = 1, 2, \dots$), il “valore atteso” (o “speranza matematica”) di X è definito come $E[X] = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \cdot p_n$.

Peraltro, la probabilità di “sbagliare” due numeri secchi consecutivi, per la palese “indipendenza stocastica” delle estrazioni, è pari a $(36/37)^2$, più del 94 per 100. Oltre ad un numero secco si può giocare un “colore” (nero o rosso), con probabilità $18/37$ di una vincita pari ad una volta e mezzo la fiche, o un “cavallo” (vale a dire, due numeri contigui allo stesso tempo), con probabilità $2/37 \approx 5,4\%$ di una vincita totale pare a 18 volte la fiche (compresa la puntata). Si potrà giocare anche un “carré” (quartina), con cui si vince 8 volte la somma puntata, con probabilità $4/37 \approx 11\%$.

Con una “Transversale Pleine” (terzina) si vince 11 volte la somma puntata con probabilità $3/37 \approx 8\%$. Infine, con una “Transversale Simple” (sestina) con cui si vince 5 volte la somma puntata con probabilità $6/37 \approx 16\%$.

Cane di paglia (Straw Dogs – 1971) di Sam Peckinpah con Dustin Hoffman, Susan George, Jim Norton, Peter Vaughan, T.P. McKenna, Ken Hutchison, Donald Webster. USA, 118’.



Il matematico americano David e la bella moglie Amy si trasferiscono in un villaggio della Cornovaglia, il paese nativo di lei. Lui sta scrivendo un manuale sull'applicazione della numerazione binaria nei calcolatori elettronici. Gli hanno assegnato una borsa di studio: «Mi occupo della struttura interna degli astri e delle implicazioni inerenti alle radiazioni corpuscolari». Charlie, l'ex fidanzato di Amy, viene assunto con altri per completare la costruzione del garage. Lei, giocando a fare la bella del villaggio, inizia a civettare e col marito iniziano i dispetti: cambia il segno

meno/più da un'equazione alla lavagna. Il professore inizia a subire le ostilità e le angherie dei paesani, quasi sempre ubriachi al pub. Però non è suo carattere prendere posizioni assolute. Il clima di violenza si alza, la moglie viene violentata, lo scemo del villaggio provocato uccide involontariamente una ragazza. Lui lo soccorre e il gruppo assedia la casa per linciare. Si scatena la violenza del matematico rimasto fino ad allora inerte e quasi indifferente. Logica e feroce. Ne esiste un remake: **Straw Dogs** (2011) di Don Lurie, questa volta David non è un matematico, ma uno scrittore.

Nel sistema binario (quello usato in informatica), un generico numero intero positivo è rappresentato come una “stringa” di cifre 0 e 1, ciascuna delle quali rappresenta, ordinatamente, il coefficiente moltiplicativo di una potenza di 2, in senso crescente a partire da destra. Quindi, dato un intero positivo n , la generica stringa $x_1x_2\dots x_n$ ($x_i \in \{0,1\}$ per ogni $i \in \{1, \dots, n\}$) rappresenta il numero intero

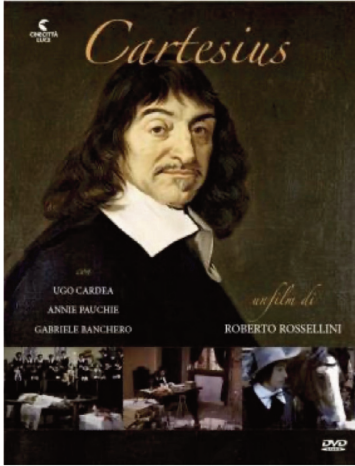
$$x_n \cdot 2^0 + x_{n-1} \cdot 2^1 + x_{n-2} \cdot 2^2 + \dots + x_1 \cdot 2^{n-1}.$$

Così, ad esempio, avremo

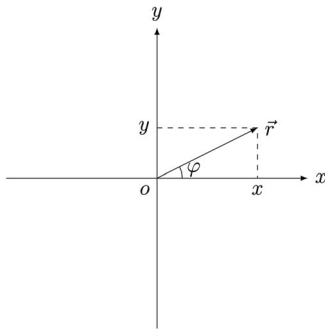
$$1101 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 13.$$

In ambito astronomico è evidente l'intento, da un punto di vista teorico, di costruire modelli matematici sempre più sofisticati, i quali siano capaci, sulla base delle misurazioni sempre più precise ottenute mediante i telescopi, di descrivere le proprietà osservate e di inquadrarle in modelli già consolidati, al fine di predire nuovi fenomeni. Ad esempio, ci si è posti il problema della stima del numero delle stelle e della descrizione della forma ellissoidale delle galassie attraverso una famiglia di curve con una certa espansione asintotica. Le galassie, peraltro, possono essere classificate in pochi tipi distinti sulla base della classificazione di Hubble. La Sequenza di Hubble è uno schema di classificazione morfologica per le galassie, ideato da Edwin Hubble nel 1936. Lo schema di Hubble suddivide le galassie regolari in tre ampie classi: ellittiche, lenticolari e spirali, in base al loro aspetto visuale (originariamente su lastre fotografiche). Una quarta classe contiene le galassie di aspetto irregolare. La sequenza di Hubble non rappresenta una sequenza "evolutiva": le galassie non nascono come ellittiche e si trasformano in spirali e irregolari. Si crede che le galassie si formino al centro di grossi aloni fatti di una materia, la cui natura rimane tuttora sconosciuta (la materia oscura). Il principale problema affrontato dalla dinamica stellare è quindi quello di raggiungere una comprensione qualitativa della struttura e dell'evoluzione dei sistemi stellari, sviluppando in seguito modelli matematici in grado di fornire previsioni quantitative.

Cartesius (1974) di Roberto Rossellini con Ugo Cardea, Claude Pouchie, Gabriele Banchemo, Charles Borromel, Renato Montalbano, Vernon Dobtcheff, Luigi Antonio Guerra. Italia, 152’.



«Voglio scoprire da solo come è fatto questo mondo», all’uscita dal collegio dopo 9 anni, mentre infuria la diatriba tra le osservazioni di Galileo e Copernico e il tradizionale sistema tolemaico. A Parigi sviluppa la passione per le scienze matematiche e la fisica, ritiene che la filosofia costruisca la sua teoria sulla sabbia: «Io non cerco altra scienza di quella che posso verificare attraverso me stesso e traggo le mie lezioni dalla vita piuttosto che dai libri. Ho il convincimento che vi sono allo stato naturale nel nostro animo dei semi di verità in grado di darci la capacità di distinguere il vero dal falso. La matematica è l’unica disciplina dalla quale ci proviene la certezza». Nascerà il *Discorso sul metodo* dove le teorie matematiche andranno a stabilire l’esistenza delle cose mediante formule e numeri. Due categorie differenti ma unite fra loro: la *res extensa* (le cose, gli animali, l’uomo) è misurabile, l’altra, la *res cogitans* ciò che è impalpabile, incomparabile e infinito come Dio e l’anima.



Cartesio, vissuto nella prima metà del 1600, è ricordato oggi come il fondatore della *geometria analitica*. Peraltro, lo scopo di Cartesio (René Descartes, più propriamente) non era quello di ridurre la geometria all'algebra, quanto di applicare l'algebra ai problemi descrittivi della geometria. Il formalismo algebrico, che aveva fatto costanti progressi nel Rinascimento, raggiunge il suo culmine ne *La géométrie* di Cartesio, appendice del *Discorso sul metodo*, in cui la notazione algebrica è, in sostanza, quella moderna. Ad esempio, l'incognita (radice), il suo quadrato e il suo cubo vengono rappresentati rispettivamente come

$$\mathcal{R}, \quad Q, \quad C.$$

Questi caratteri, peraltro, non esprimevano chiaramente le operazioni eseguite sull'incognita per ottenere il quadrato ed il cubo, né si prestavano per eseguire facilmente i calcoli algebrici. Descartes sostituisce i numeri con le lettere, allo scopo di rendere chiare le operazioni eseguite su queste ultime (a, b, c per le quantità note, A, B, C per le incognite, più tardi sostituite con x, y, z). Le successive potenze di una data quantità x vengono rappresentate mediante detta quantità presa come base ed i relativi esponenti, secondo l'uso attuale:

$$x, x^2, x^3, \dots$$

Il problema affrontato nelle *Regulae* era quello dell'estensione del metodo della geometria analitica, cioè del reperimento di verità certe anche in campi diversi dalla matematica, per la costruzione di serie di ragionamenti costruiti con passaggi semplici. Questo problema si configura come quello dell'evidenza, dicendosi evidente ogni verità che si presenti come certa, cioè che si qualifichi immediatamente come verità all'intuizione. Cartesio, nel suo trattato *Le monde* del 1630 si occupò anche di fisica ed in particolare della luce. La materia, che coincide con l'estensione e non ammette vuoto, muovendosi in vortici (*tourbillons*) si è spezzata in parti e, secondo la sottigliezza delle parti, si è divisa in specie diverse.